ОЦЕНКА НА ДВИЖЕНИЯТА НА ЗЕМНАТА КОРА ПО РЕЗУЛТАТИ ОТ ГЕОДЕЗИЧЕСКИ ИЗМЕРВАНИЯ

От проф. д-р инж. Славейко Господинов,
Председател на Управителния съвет на Клъстер „Геодинамика“

Съвсем естествено е разглеждането на възможните аналитични методи за оценка на движенията на точки от земната кора да започне с метода, който на пръв поглед е най-очевиден и общодотъпен. Този метод е основава на идеята, че ако в резултат на повторни наблюдения в две различни епохи, плановото положение на една точка е определено два пъти, тогава разликата между определените по такъв начин положения отразява преместването на точката за времето между тези две епохи. Изложената идея изглежда очевидна, но в този си вид тя не е пълна. Това, което трябва да се допълни, е че тя се базира на предположението , че двете последователни положения са отнесени към една и съща координатна система.

Преди да продължим с обсъждането на аналитичите методи за оценка на хоризонталните движения, се налага да направим уговорката, че ще бъде дискутирано приложението на тези методи за обработка на геодезически мрежи. Разбира се, говорейки за мрежа, ние ще имаме предвид една цялотна система от точки – другите конфигурации, такива като двойка точки, триъгълници и т.н. могат да бъдат разглеждани като най-прости случаи на мрежа.

При това положение и при предположението, че всяка наблюдателна кампания е проведена почти моментално в епохите t_1 и t_2, то за измерванията в тези две епохи могат да бъдат съставени следните уравнения на поправките:

$$V_1 = A.X_1 - l_1 \quad ;$$

$$V_2 = A.X_2 - l_2 \quad ; \qquad (1)$$

Където: l_i са матриците – стълбове на измерванията от i-тата епоха (i =1,2) ; X_i - стълб на неизвестните допълнения към приблизителните координати на определяемите точки за i-тата епоха; A – матрица на конфигурацията на мрежата.

Изравнителният модел, описан чрез (1) е известен в специалната литература [Stober, 1977;Vogot, 1987 и др.] като **статичен модел.**

Необходимо е да се отбележи, че най-често l_1 и l_2 принадлежат към едно и също наблюдателно пространство. В общия случай, това може да не е така, т.е. l_1 и l_2 може да представляват две различни системи от измервания, принадлежащи към две различни наблюдателни пространства L_1 и L_2 . Тук за простотата ще бъде прието, че наблюдателните вектори l_1 и l_2 описват еднакви наблюдения, следователно принадлежат към едно и също наблюдателно пространство:

$$l_1, l_2 \in L \quad ; \qquad (2)$$

Това означава, че ще бъдат разглеждани не само една и съща мрежа, но и едни и същи наблюдения в тази мрежа. Ясно е тогава, че конфигурационните матрици A от (1) са еднакви.

Изместванията на точките за времето между двете епохи ще се определят от:

$$\delta X = X_2 - X_1 \quad ; \qquad (3)$$

Където:

$$X_1 = \left(A^T.P_1.A\right)^{-1}.A^T.P_1.l_1 \quad ; \qquad (4)$$

$$X_2 = \left(A^T.P_2.A\right)^{-1}.A^T P_2.l_2 \quad ; \qquad (5)$$

Или окончателно имаме:

$$\delta X' = \left(A^T.P_2.A\right)^{-1}.A^T.P_2.l_2 - \left(A^T.P_1.A\right)^{-1}.A^T.P_1.l_1 \quad ; \qquad (6)$$

Една разновидност на изложения метод се получава, когато елементите на матрицата – стълб δX бъдат получени непосредствено.

Ако извадим от второто уравнение (1) първото, е получава:

$$\delta = A.\delta X - \delta l \quad ; \qquad (7)$$

Където: $\delta l = l_2 - l_1$; (8)

Решението на (7) се дава [Златанов, 1982 ; Милев. 1978] във вида:

$$\delta X'' = \left[A^T.\left(P_1^{-1} + P_2^{-1}\right)^{-1}.A\right]^{-1}.A^T.\left(P_1^{-1} + P_2^{-1}\right)^{-1}.\delta l \quad ; \qquad (9)$$

Доказва се [Vanicek и Krakiwsky, 1986], че чрез двете разновидноти на разглеждания метод се получават различни резултати, освен в частния случай, когато:

$$P_1 = k.P_2 \quad ; \qquad (10)$$

Където: k=const. , k>0 .

Доказва се също [Златанов, 1982], че в общия случай разделното изравнение на измерванията от двете съседни епохи води до по-точно определяне на преместванията на точките отколкото при изравнение на разликите от тези измервания.

Явно е, че в случай на значителни систематични премествания на точките и при една по-голяма продължителност на измерванията в цикъла, приложението на дискутирания по-горе метод би довело до съществено изкривяване на резултатите от изравнението. Един по-дотоверен аналитичен метод за оценка на хоризонталните движения на земната кора се основават на т.нар. **контантно – скоростен модел** на преместване. Този модел е изграден на предпоставката, че движението на точките е равномерно, т.е. че скоростта на точките е постоянна във времето.

Нека приемем, че в момента t^o, който може да бъде съвсем произволен, приблизителната абсциса на точка i е X_i^o.

Ако липсваше движение на точките, най-вероятната абсциса на точка i в момента t^o би имала стойност $X_i^o + dX_i$. В случай, обаче, че има изменение в плановото положение на точката, в момента t^k точката i ще бъде с абсциса:

$$X_i^k = X_i^o + dX_i + \left(t^k - t^o\right).Vx_i \quad ; \qquad (11)$$

Където: Vx_i е скоростта на точка i по направление на ос X.

Аналогично, за ординатата на същата точка в момента t ще бъде в сила:

$$Y_i^k = Y_i^o + dY_i + \left(t^k - t^o\right).Vy_i \quad ; \qquad (12)$$

Където: Vy_i е скоростта на точка i по направление на ос Y.

Тогава, уравненията на поправките за момента t^k, съответно за ъглови (при измерени посоки) и дължинни мрежи, ще имат вида:

$$V_{ij}^k = -dO_i^k + a_{ij}.dX_j + b_{ij}.dY_j - a_{ij}.dX_i - b_{ij}.dY_i + \left(t_i^k - t^o\right).a_{ij}.Vx_j + \left(t_i^k - t^o\right).b_{ij}.Vy_j -$$
$$- \left(t_i^k - t^o\right).a_{ij}.Vx_i - \left(t_i^k - t^o\right).b_{ij}.Vy_i + f_{ij}^k \quad ; \qquad (13)$$

Където: $a_{ij} = -\dfrac{Y_j^o - Y_i^o}{S_{ij}^{o2}}.\rho^{cc}$; $b_{ij} = -\dfrac{X_j^o - X_i^o}{S_{ij}^{o2}}.\rho^{cc}$; $f_{ij}^k = \alpha_{ij}^k - (R_{ij}^k)' - O_i^{ok}$ (14)

X_i^o, X_j^o, Y_i^o и Y_j^o са приблизителните координати на точките i и j;

S_{ij}^o - приблизителна дължина на страната ij;

α_{ij}^o - приблизителна стойнот на посочния ъгъл за посоката ij;

$(R_{ij})'$ - измерената стойност на посоката ij в к-тата серия;

$O_i^{o^k}$ - приблизителна стойнот на ориентировъчното неизвестно за станция i в к-тата серия;

dO_i^k - допълнение към приблизителната стойност на ориентировъчното неизвестно.

$$V_{ij}^{'} = a_{ij}^{'}.dX_j + b_{ij}^{'}.dY_j - a_{ij}^{'}.dX_i - b_{ij}^{'}.dY_i + (t_i - t^o).a_{ij}^{'}.Vx_j + (t_i^k - t^o).b_{ij}^{'}.Vy_j -$$

$$- (t_i^k - t^o).a_{ij}^{'}.Vx_i - (t_i^k - t^o).b_{ij}^{'}.Vy_i + f_{ij}^{'k} \; ; \qquad (15)$$

Където: $a_{ij}^{'} = \dfrac{X_j^o - X_i^o}{S_{ij}^o}$; $b_{ij}^{'} = \dfrac{Y_j^o - Y_i^o}{S_{ij}^o}$; (16)

$$f_{ij}^{'k} = S_{ij}^o - S_{ij}^{'k} \; ; \qquad (17)$$

$S_{ij}^{'k}$ - измерената дължина на страната ij в к-тата серия.

След изравнението ще се получат най-вероятните стойности на координатите на точките за момента t^o, както и координатите на същите точки за момента t^k, изчислени по формули (11) и (12) с получените от изравнението неизвестни компоненти на скоростите на точките.

Необходимо е да се отбележат и някои особеноти на изложения метод, изграден върху константно- коростния модел на преместване на точките. На първо място, това е необходимостта от внимателен подбор на моментите на измерване t_i^k, за да не се получат еднакви коефициенти пред допълнителните неизвестни V_x и V_y в уравненията на поправките и по този начин да се създадат условия за израждане на нормалната матрица. Интервалът от време между две последователни измервания на елементите от мрежата трябва да е достатъчен, за да бъде гарантирана обуловенотта на нормалната матрица.

Друга особенот е невъзможността за ътавяне на еквивалентните уравнения на поправките за двутранно измерените посоки, тъй като коефициентите пред допълнително въведените неизвестни V_x и V_y ще имат различни стойности за различните станции. При изчисление с ЕИМ, обаче, това не би трябвало да се счита за недостатък.

От значение е и фактът, че изчислението на ъгловите несъвпадения по триъгълници, а оттам и средните квадратни грешки за измерен ъгъл и посока, по формулите на Фереро, е лишено от мисъл, тъй като ъглите на съответния триъгълник са измерени по различно време.

Важна особеност на метода е, че той с успех може да бъде приложен в случай, когато повторните наблюдения не са били извършени в две рязко разграничени епохи t_1 и t_2 , а по-скоро са набирани в един период от време. Явно, тогава е безсмислено да се говори за различни наблюдателни фактори l_1 и l_2. Единственият начин за коректно прилагане на подобен метод, е хипотезата за някакви свойства на полето на преместване през целия наблюдателен период. При такава предпотавка, се създават условия за преминаване от дискретни във времето към **квазиперманентни** геодезически наблюдения.

Когато са извършени повече от две наблюдения на отделни елементи на мрежата, могат да бъдат определени не само хоризонталните компоненти на скоростите, но и хоризонталните компоненти на ускоренията на точките. Следвайки установения вече по-горе начин на записване, **константно-ускорителния модел** на преместване може да бъде представен чрез:

$$X(t^k) = X(t^\circ) + (t^k - t^\circ).V_x + \frac{1}{2}.(t^k - t^\circ)^2.a_x \quad ; \qquad (18)$$

$$Y(t^k) = Y(t^\circ) + (t^k - t^\circ).V_y + \frac{1}{2}.(t^k - t^\circ)^2.a_y \quad ; \qquad (19)$$

Където: $X(t^k)$, $Y(t^k)$ са векторите на координатите на точките, съответно по осите X и Y, за епохата t^k;

$X(t^\circ)$, $Y(t^\circ)$ - вектори на скоростите на точките по направление на координатните оси X и Y; a_x, a_y - вектори на ускоренията по направление на осите X и Y.

Моделите константна скорост и с константно ускорение могат да бъдат разглеждани [Vanicek и Krakiwsky, 1986] като два специални случая на **временно-ограничени** модели на преместванията. Една алтернативна фамилия от модели, които могат да бъдат използувани за разсеяни във времето наблюдения, са **пространствено-ограничените** модели на преместванията. Всеки такъв модел се базира върху познаването или най-малко, върху постулирането на физическите закони, които управляват движението на точките в пространството.

Последната група от модели на преместванията, за който трябва да споменем, представляват подфамилия на пространствено ограничените модели и са известни в литературата [Kasahara и Sugimura, 1964] като пространтвено непрекъснати модели на преместванията. Идеята, която е залегнала в основата на тези модели, се състои в постулирането на една ареална детерминиранот на хоризонталните премествания на точките. Обикновено, хоризонталните премествания, в границите на даден ареал, се предтавят посредством алгебрични функции от вида:

$$U = \sum_{j=0}^{m} C_j.X^j \quad ; \qquad (20)$$

Където: U е векторът на преместване на точките от ареала;

C_j - коефициенти на алгебричната функция, изведени за конкретния ареал; X – координати на точките от ареала.

Би трябвало да се отбележи, че пространственият континуитет е приемлив единствено в зоната, ограничена от два и повече тектонични шева или активни разломи.

Никой от дикутираните по-горе модели на преместване не е лишен от неопределеност, преминаваща от една форма в друга. Въпросът за неопределеността кореспондира с проблема за избора на координатната система, към която ще бъдат отнесени изравнените координати на точките от геодезическите мрежи. За начало на такава една координатна итема може да бъде избрана произволна точка P от мрежата. Но как ние ще знаем дали тази точка не се е придвижила за периода $t^\circ - t^k$? Това ние не можем да знаем! Няма начин за определяне от наблюденията l_1 и l_k дали P се е придвижила по отношение на използуваната координатна система. Много автори [Герасименко и Шароглазова, 1985; Матеев, 1986] считат, че най-успешно разгледаните по-горе вьпрои се решават чрез използуване на станалите почти модни свободни мрежи. Такива автори се опитват да докажат, че така могат да бъдат установени премествания, без да се използуват неподвижни точки. Това, обаче, е дълбоко заблуждение, тъй като реалните премествания не се подчиняват на допълнителното условие:

$$[dX.dX] + [dY.dY] = \min \quad ; \qquad (21)$$

Освен това, ако променим положението дори на една от точките в мрежата, се изменя и координатното начало (центърът на тежестта на системата от точки). Такава една ситуация би обезсмислила следенето на деформационните процеси за по-дълъг период.

Невъзможността да се определи преместването на т. Р може да бъде наречена **неопределеност в транслация.** Тази неопределеност е едно следствие на инвариантността на формата на хоризонталната мрежа по отношение на хоризонталната транслация.

Нещата се усложняват, когато в наблюдателните системи $l_1, l_2 ... l_k$ влизат и азимути. При положение, че l_1 не съдържа никакъв наблюдаван азимут, се стига до **неопределенот в ротация** около началото на координатната ситема.

Най-сложният случай се появява, когато една от наблюдателните системи не съдържа и никакво наблюдавано разстояние, т.е. стига се до **неопределеност в мащаба**.

Има ли нещо, което може да се направи, за да се отстранят тези неопределености? Без допълнителна информация относно наблюдаваното явление – **нищо!** Например, знанието, че дадена точка, да кажем P_j, не се е придвижила по отношение на една референтна координатна система, за времето между епохите t^o и t^k, води до отстраняване на неопределеността в транслация. Ако една точка P_j е приета за неподвижна, докато преместванията на друга точка P_k е ограничено да е извършва в предварително определена поока $P_j P_k$, се отстранява неопределеността в ротация. Накрая, когато две точки а приети за неподвижни, се елиминира и неопределеността в мащаба.

Разнообразието на изброените методи за оценка на хоризонталните движения на земната кора е обусловено от търсенето на адекватен модел на тези премествания във времето и пространтвото в зависимост от местоположението на системата от наблюдавани точки. За да бъде постигната максимално възможната ефективност от приложението на конкретен метод, това приложение трябва да бъде обосновано, като се имат предвид възможностите на самия метод, както и обема и качествата на наличната априорна информация за полето на преместване на точките от изследваната област.